**INTEGRALAI**

**(konspektas)**

Geriau nieko nepasakyti, negu pasakyti miglotai, be įrodymų... Deja, mokyklose (išskyrus sustiprinto matematikos mokymo) tik profanacija galima pavadinti mokymą apie integralus. Kadaise šio skyriaus mokyklose nebuvo – buvo teisingiau...

\*

Jei , tai funkcija vadinama funkcijos **pirmykšte funkcija.**

Pavyzdžiui, , todėl yra funkcijos pirmykštė funkcija.

Akivaizdu, kad, jei funkcija yra funkcijos pirmykštė funkcija, tai ir visos funkcijos , čia – konstanta, yra funkcijos pirmykštės funkcijos. Reiškinys vadinamas funkcijos **neapibrėžtiniu integralu**, kuris žymimas taip:

*.*

(Kodėl tą reiškinį reikia dar kažkaip kitaip pažymėti? Kodėl toks keistas žymėjimas iš dviejų dalių – integralo ženklo ir ? Ką reiškia žodis *integralas*? Kas yra ? Tai, deja, paaiškės gerokai vėliau... Ne mokykloje.)

Veiksmai, kuriais randama duotosios funkcijos pirmykštė funkcija, vadinami **integravimu**.

Klaidingai manoma, kad integravimo veiksmai yra priešingi išvestinių skaičiavimo (**diferencijavimo**) veiksmams. Tai nėra vienareikšmė atitiktis!

Pavyzdžiui, (labai gražus rezultatas!), o net ir labai norėdamas neapskaičiuosi...

Deja, mokyklose integravimo nemokoma, mokoma tik pasinaudoti elementariomis formulėmis ir taisyklėmis:

1.

2. , čia ir – konstantos.

3. Jei ir , tai .

4. Jei o – konstantos, tai

\*\*\*

Kam reikia tų integralų? Kur ir kaip jie taikomi?

Akivaizdžiausia yra **apibrėžtinių integralų** nauda.

Pasigėrėkite viena svarbiausių matematikos formulių – **Niutono-Leibnico formule**, nutiesiančia kelią nuo neapibrėžtinių iki apibrėžtinių integralų, pateikiančia užuominą apie integralo ženklą ir prasmę:

Apibrėžtinis integralas „gimsta“ iš sumos, todėl integralo ženklą galima įsivaizduoti kaip labai ištemptą (nuo begalinio sumavimo...) sumos ženklą (kuris iš tiesų yra graikiško žodžio „suma“ pirmoji raidė (didžioji)), o yra „gimęs“ iš mažo žingsnelio .

Mokykloje užtenka (?) žinoti du apibrėžtinio integralo pritaikymo variantus.

1. Jeigu yra kreivės intervale lygtis ir šiame intervale , tai

reikšmė yra kreivinės trapecijos plotas tarp grafiko ir ašies intervale .

Štai paprastas, bet labai mistinis uždavinys:



(Neteisingas brėžinys iš žiniatinklio! Vertikalus ir horizontalus mastelis turėtų būti vienodas.)

Po kreivių kreiviausia kreive iki taško ašyje, kurio net padėti tiksliai negalima (iracionalusis skaičius...), plotas yra lygiai vieneto dydžio! Lygiai vieneto!

**Dėmesio**! Plotą žemiau ašies integralas „laiko“ neigiamu. Pažiūrėkite:

2. Reikia išmokti „trejybę“ kelias — greitis — pagreitis.

Parodykime pavyzdžiu.

Laisvai krintančio kūno nueitas kelias aprašomas formule

 Dabar žiūrėkite:

O iš kur ta pradinė kelio formulė?

Eikime atgal.

Sutarę, kad kai , tai pradinis greitis yra , gauname konstantos reikšmę:

Taigi

Toliau:

Atkreipkite dėmesį į tai, kaip skirtingai skaičiavome ir – neapibrėžtiniu ir apibrėžtiniu integralu. Keistas tas apibrėžtinis integralas su rėžiu , tiesa? Pabandykite ir antruoju atveju pritaikyti neapibrėžtinį integralą.

\*\*\*

**Įsivertinimo testas**

1. Raskite plotą tarp tiesės ir parabolės .

2. Kūno judėjimo greitis išreiškiamas formule

(Pagalvokite, kokie mato vienetai tinka kiekvienam formulėje esančiam skaičiui. Pagalvokite, kuo keistas būtų to kūno judėjimas...)

Kokiu atstumu nuo starto pozicijos kūnas bus po dešimties sekundžių?

3. Išspręskite nelygybę: