

Du įrodymai. Tik du.

Atsiprašau kitų lankytojų – čia parašyta mano studentams. Bet gal ir jūs ką nors suprasite? Gal jums net patiks?

$$\lambda = n \cdot p; \quad p = \frac{\lambda}{n}. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e.$$

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n-1) \dots (n-k+1)}{k!} \cdot \left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \cdot \frac{(1-p)^n}{(1-p)^k} = \\ &= \frac{\lambda^k}{k!} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n-1) \dots (n-k+1)}{n \cdot n \dots n} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n}{\left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^k} = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_X &= 0 \cdot \frac{\lambda^0 \cdot e^{-\lambda}}{0!} + 1 \cdot \frac{\lambda^1 \cdot e^{-\lambda}}{1!} + 2 \cdot \frac{\lambda^2 \cdot e^{-\lambda}}{2!} + 3 \cdot \frac{\lambda^3 \cdot e^{-\lambda}}{3!} + \dots = \\ &= e^{-\lambda} \cdot \left(\lambda + \frac{\lambda^2}{1!} + \frac{\lambda^3}{2!} + \dots \right) = \lambda \cdot e^{-\lambda} \cdot \left(1 + \frac{\lambda}{1!} + \frac{\lambda^2}{2!} + \dots \right) = \lambda \cdot e^{-\lambda} \cdot e^{\lambda} = \lambda. \end{aligned}$$